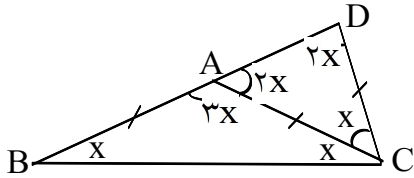


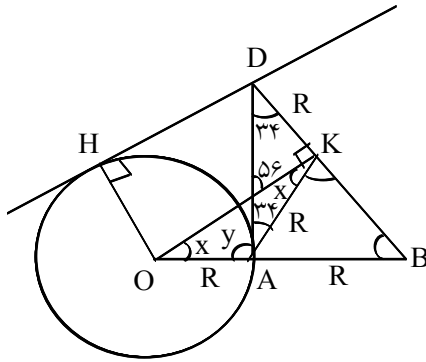
۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر زاویه‌ی  $ABC$  را برابر  $x$  در نظر بگیریم ان‌گاه چون مثلث‌های  $ABC$  و  $BDC$  متساوی‌الساقین هستند. شکل مقابل را خواهیم داشت.



$$\triangle ABC : 3x + x + x = 180 \Rightarrow 5x = 180 \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$\hat{A} = 3x = 3 \times 36 = 108$$

۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بعد از رسم شکل عمود  $ok$  را بر  $BD$  رسم می‌کنیم. در این صورت  $OHDK$  مستطیل و مثلث  $OBK$  قائم‌الزاویه است و  $AK$  میانه وارد بر وتر است بنابراین مثلث‌های  $AOK$  و  $AKB$  و  $AKD$  متساوی‌الساقین هستند با توجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{aligned} x + y + 56 &= 180 \\ y + 2x + 34 &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + 34 - 56 = 0 \Rightarrow x = 22$$

$$x = 22 \rightarrow y = 102$$

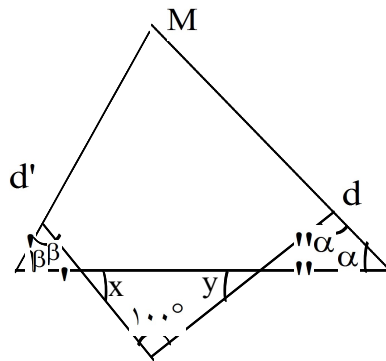
$$x + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta + (x + y) = 2 \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

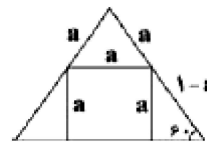
$$M = 40^\circ$$



۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{a}{1-a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2a = \sqrt{3} - \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow a = 2\sqrt{3} - 3$$



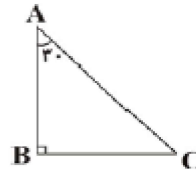
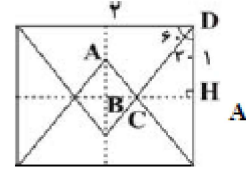
۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون نسبت اضلاع را خواسته پس می‌توانیم ضلع مربع اصلی را هر مقدار دلخواهی در نظر بگیریم، بنابراین آن را به دلخواه برابر ۲ واحد انتخاب می‌کنیم.

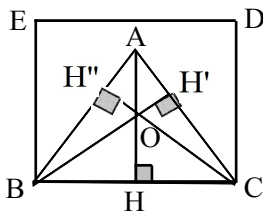
$$\triangle CHD : \tan 30^\circ = \frac{CH}{DH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{DH=1} CH = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\triangle ABC : \tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = \sqrt{3} BC = \sqrt{3} - 1$$

$$\Rightarrow \xrightarrow[\text{ضلع مربع}]{\text{قطر بزرگ لوزی}} = \frac{2AB}{2} = AB = \sqrt{3} - 1$$



۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{1}{2} OH \times BC + \frac{1}{2} OH'' \times AB + \frac{1}{2} OH' \times AC$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3 = \frac{1}{2} OH \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} OH'' \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} OH' \times \sqrt{3}$$

$$\rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} (OH + OH' + OH'') \rightarrow OH + OH' + OH'' = \frac{3}{2}$$

روش دوم: در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $\triangle AOH'$  زاویه‌ی  $A$  برابر با  $30^\circ$  است (زیرا  $AH$  نیمساز زاویه‌ی  $A$  در مثلث  $\triangle ABC$  است). بنابراین در مثلث  $\triangle AOH'$ ,  $OH'$  نصف وتر  $AO$  است. به همین ترتیب در مثلث  $\triangle AOH''$  ثابت می‌شود که  $OH''$  نیز نصف  $AO$  است. پس:

$$OH' + OH'' = \frac{AO}{2} + \frac{AO}{2} = AO \rightarrow OH + OH' + OH'' = OH + AO = AH =$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$$

$$S = 3 \times \frac{h \times 2x}{2} = 3hx$$

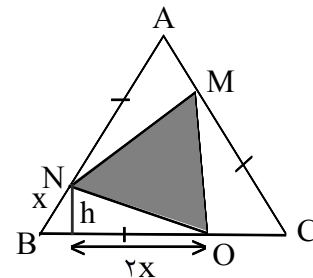
۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث‌های سفید برابر است با:

مساحت مثلث‌های هاشورخورده برابر است با:

$$S(MNO) = S(ABC) - 3S(MCO) = \frac{3h \times 3x}{2} - 3hx = \frac{3hx}{2}$$

$$S(ABC) = \frac{3h \times 3x}{2} = \frac{9hx}{2}$$

$$\frac{S(MNO)}{S(ABC)} = \frac{\frac{3hx}{2}}{\frac{9hx}{2}} = \frac{1}{3}$$



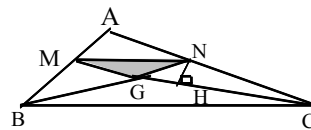
فاصله‌ی  $2x$  برابر فاصله‌ی  $OB$  است.

۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی  $G$  محل برخورد میانه‌ها است. پس:  $GC = 2GM$  حال اگر ارتفاع  $NH$  را رسم کنیم داریم:

$$S_{\triangle GNC} = 2S_{\triangle MNG}$$

$$\text{از طرفی: } S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle GNC}$$

$$S_{\triangle MNG} = \frac{1}{2} S_{\triangle GNC} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \right) = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$$



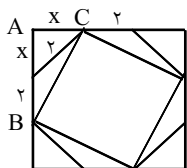
۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل ابتدا  $x$  را به دست می‌آوریم.

$$x^2 + x^2 = 2^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = (2 + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$$

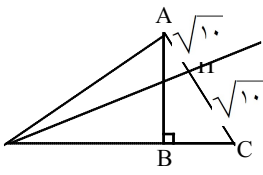
$$= 6 + 4\sqrt{2} + 2 = 8 + 4\sqrt{2} = 4(2 + \sqrt{2})$$

مسلماً  $BC^2$  مساحت مربع کوچک‌تر است بنابراین مساحت مربع کوچک‌تر  $4(2 + \sqrt{2})$  است.



۱۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.  $AB = ۶$  ,  $BC = ۲ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۱۰}$

قرار می‌دهیم  $MC = z$



M

$$S_{\Delta AMC} = \frac{1}{2} AB \cdot MC = \frac{1}{2} MH \cdot AC$$

$$۶z = \sqrt{z^2 - ۱۰} \times ۲\sqrt{۱۰} \Rightarrow ۳z = \sqrt{۱۰z^2 - ۱۰۰}$$

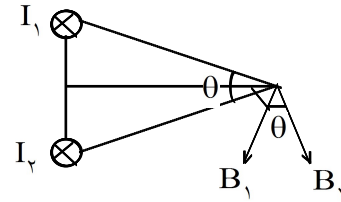
$$۹z^2 = ۱۰z^2 - ۱۰۰ \Rightarrow z^2 = ۱۰۰ \Rightarrow z = ۱۰$$

$$MB = MC - BC \Rightarrow MB = ۸$$

۱۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در نقطه‌ی A دو میدان مغناطیسی برابر ایجاد می‌شود که برآیند آن‌ها برابر است با:

$$B = ۲B_1 \cos\left(\frac{\theta}{۲}\right) , \quad B_1 = ۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{I}{d}$$

$$B = ۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{I}{\sqrt{a^2 + x^2}} \times \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$



هنگامی B ماکزیمم است که مشتق آن صفر باشد.

$$B = ۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{Ix}{a^2 + x^2} \rightarrow \frac{dB}{dx} = ۴ \times ۱۰^{-۷} \frac{-xI(a^2 + x^2) - 2x(Ix)}{(a^2 + x^2)^2} = ۰ \rightarrow [a^2 + x^2 - 2x^2] = ۰ \rightarrow a = x$$

۱۲- از سیم راست جریان عبور می‌کند پس در اطراف آن میدان مغناطیسی بوجود می‌آید جهت این میدان مطابق قانون دست راست دایره متحدالمرکزی در صفحه‌ی شکل است که جهت آن‌ها هم جهت با جریان I است. این میدان باید بر حلقه که دارای جریان I است نیرو وارد می‌کند ولی چون جهت میدان و جهت جریان یکسان است ( $\sin \alpha = ۰$ ) در رابطه  $F = ILB \sin \alpha$  لذا هیچ نیرویی بر حلقه وارد نمی‌شود و حلقه ساکن می‌ماند و گزینه ۴ صحیح است.

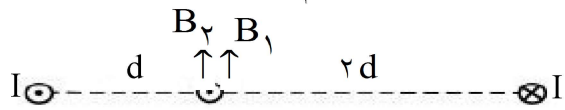
۱۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$P_1 = R_1 I_1^2 \rightarrow ۲۴ = ۶ I_1^2 \rightarrow I_1 = ۲A \rightarrow I_{\text{سیملوله}} = ۲ + ۱ = ۳A$$

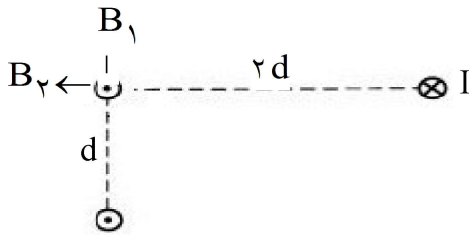
$$V_1 = V_2 \rightarrow ۶ I_1 = ۱۲ I_2 \rightarrow I_2 = ۱A$$

$$B = \mu_0 nI = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰۰۰ \times ۳ = ۱۲\pi \times ۱۰^{-۴} T = ۱/۲\pi \times ۱۰^{-۳} T$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. میدان مغناطیسی کل را در هر حالت در نقطه A تعیین می‌کنیم.



$$B_T = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi nd} + \frac{\mu_0 I}{2\pi n2d} = \frac{\mu_0 I}{2\pi nd} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi nd}$$



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi n 2d}, B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi n d}$$

$$B'_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

$$B'_T = \frac{\mu_0 I}{2\pi nd} \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi nd} \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi nd}$$

نیروی وارد بر سیم A از رابطه  $F = ILB \sin \alpha$  به دست می‌آید. با یکسان بودن مواد یکسان در هر دو حالت می‌توان نسبت نیروها را به دست آورد.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{B'_T}{B_T} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه  $\Phi = AB = k\mu_0 \frac{AN}{l} I$ ، شار گذرنده از سیم‌لوله برابر است با:

$$k = 300, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

مساحت مقطع سیم‌لوله:

$$A = \pi r^2 = \pi (0.02)^2 = 4\pi \times 10^{-4} \text{ m}^2, N = 100, I = 0.5 \text{ A}, l = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \Phi = ?$$

$$\Phi = 300 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4\pi \times 10^{-4} \times \frac{100}{0.2} \times 0.5 = 1/2 \pi^2 \times 10^{-5} \text{ Wb} \xrightarrow{\pi^2 = 10}$$

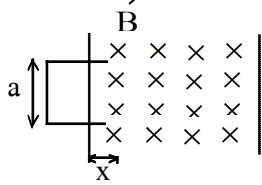
$$\Phi = 12 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -100 \times \left(\frac{2}{3} \times 10^{-2}\right) (-100\pi^3 \sin 100\pi t) = 2 \times 10^2 \sin \pi t \rightarrow \varepsilon_m = 200 \text{ V}$$

$$t = \frac{1}{600} \text{ s} \Rightarrow \varepsilon = 200 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 200 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ V}$$

۱۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. کل حرکت را به سه قسمت تقسیم می‌کنیم:



۱- از لحظه‌ای که حلقه وارد میدان می‌شود تا لحظه‌ای که تمام حلقه در داخل میدان قرار می‌گیرد. در این حالت شار گذرنده از حلقه برابر است با:

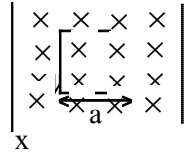
$$\phi = BA \cos 0^\circ = B \cdot a \cdot x \rightarrow \phi = Ba(Vt)$$

در نتیجه جریان القایی در حلقه برابر خواهد بود با:

$$I = \frac{N}{R} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{R} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{BaV}{R}$$

یعنی در این فاصله‌ی زمانی جریانی ثابتی به بزرگی  $\frac{BaV}{R}$  در حلقه به وجود می‌آید. بنابر قانون لنز جهت این جریان

القایی به گونه‌ای است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با عامل به وجودآورنده‌ی جریان القایی یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند، بنابراین جریان القایی ایجاد شده در حلقه‌ی شکل بالا باید به گونه‌ای باشد که میدان مغناطیسی حاصل از آن برون‌سو باشد. در نتیجه بنا به قانون دست راست جهت جریان در حلقه در جهت  $\vec{B}$  مثبت مثلثاتی (پادساعتگرد) است.



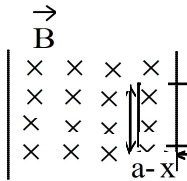
۲- از لحظه‌ای که تمام حلقه وارد میدان شده است تا لحظه‌ای که حلقه شروع به خارج شدن از

میدان کند، در این حالت شار گذرنده از حلقه برابر است با: ثابت  $\phi = BA \cos 0^\circ = Ba^2$

$$I = \frac{1}{R} \cdot \frac{d\phi}{dt} = 0$$

در نتیجه جریان القایی در سیم برابر خواهد بود با:

۳- زمان خروج از میدان در این حالت شار گذرنده از حلقه برابر است با:



$$\phi = BA \cos 0^\circ = Ba(a-x) = Ba(a-Vt) = Ba^2 - BaVt$$

توجه داشته باشید که با گذشت زمان  $x$  افزایش می‌یابد ( $x = Vt$ ) در نتیجه جریان القایی در

سیم برابر خواهد بود با:

$$I = \frac{1}{R} \times \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{R} \times (-BaV) = \frac{-BaV}{R}$$

اکنون با توجه به قانون لنز و قانون دست راست درمی‌یابیم که جهت جریان در حلقه باید ساعتگرد یعنی در خلاف

جهت مثبت مثلثاتی باشد، بنابراین از لحظه‌ی صفر تا  $T$  جریان القایی ثابت و برابر  $\frac{BaV}{R}$  است و از لحظه‌ی  $T$  تا

$2T$  برابر صفر و از لحظه‌ی  $2T$  تا  $3T$  جریان القایی ثابت و برابر  $-\frac{BaV}{R}$  است بنابراین نمودار جریان القایی بر

حسب زمان، به صورت نمودار ارایه شده در گزینه‌ی ۱ خواهد بود.

۱۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$n = \frac{N}{I} = \frac{100}{25 \times 10^{-2}} = 400, A = \pi R^2 = 10^{-1} \pi (m^2)$$

$$\Delta B = B_2 - B_1 = 0 - B_1 = -B_1 = -\mu_0 n I = -4\pi \times 10^{-7} \times 400 \times 30 = -48\pi \times 10^{-4} T$$

$$|\vec{\epsilon}| = NA \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \rightarrow |\vec{\epsilon}| = 100 \times 10^{-2} \pi \times \left| \frac{48\pi \times 10^{-4}}{0.2} \right| = 0.24 \pi^2 V$$

۱۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$B = \mu_0 n I \rightarrow B \propto I \rightarrow B_2 = 2B_1$$

$$\phi = BA \cos \theta \rightarrow \phi \propto B \rightarrow \phi_2 = 2\phi_1$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \rightarrow U \propto I^2 \rightarrow U_2 = 4U_1$$

۲۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.  $2P$  محیط هر حلقه‌ی پیچ است.

$$2P = 2\pi r = 2 \times \pi \times \frac{5}{100} = \frac{\pi}{10} \text{ m}$$

$$n = \frac{L}{2P} = \frac{60}{\frac{\pi}{10}} = \frac{600}{\pi}$$

$$\frac{60 \text{ sec}}{T} = \frac{1200 \text{ cycle}}{1} \Rightarrow T = \frac{6}{1200} = \frac{1}{200} \text{ Sec}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{200}} = 400\pi$$

در هر  $\frac{1}{200}$  ثانیه این پیچ یک دور می‌زند.

$$\phi = nBA \sin \omega t = \frac{600}{\pi} \times \frac{2}{10} \times \pi \left( \frac{5}{100} \right)^2 \sin(400\pi t)$$

$$\varepsilon = \frac{-d\phi}{dt} = 400\pi \times \frac{1}{3} \times \cos 400\pi t = 120\pi \cos 400\pi t \Rightarrow \varepsilon_{\max} = 120\pi$$